ĐẠI HỌC SƯ PHẠM KỸ THUẬT THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
BỘ MÔN TOÁN

ĐÁP ÁN TOÁN A1 HỌC KỲ I NĂM HỌC 2018 -2019
Ngày thi: 22/12/2018

Câu	Đáp án	Điểm
I-1	$z^4=\sqrt{2}-\sqrt{2}i=2\left(\cos\frac{-\pi}{4}+i\sin\frac{-\pi}{4}\right)$	**0.5**
	$z=\sqrt[4]{2}\left(\cos\frac{-\pi/4+k2\pi}{4}+i\sin\frac{-\pi/4+k2\pi}{4}\right),\ k=\overline{0,3}.$	**0.5**
	$z_1=\sqrt[4]{2}\left(\cos\frac{-\pi}{16}+i\sin\frac{-\pi}{16}\right),\ z_2=\sqrt[4]{2}\left(\cos\frac{7\pi}{16}+i\sin\frac{7\pi}{16}\right),$ $z_3=\sqrt[4]{2}\left(\cos\frac{15\pi}{16}+i\sin\frac{15\pi}{16}\right),\ z_4=\sqrt[4]{2}\left(\cos\frac{23\pi}{16}+i\sin\frac{23\pi}{16}\right).$	**0.25**
I - 2	$f(x)=\frac{1}{2x+3}=\frac{1}{3}\frac{1}{1+(2x)/3}$	**0.5**
	$f(x)=\sum_{n=0}^{+\infty}\frac{(-1)^n 2^n}{3^{n+1}}x^n$	**0.5**
	$f^{(4)}(0)=\frac{4!2^4}{3^5}=\frac{128}{81}$	**0.25**
II - 1	$\lim_{x\to0^-}\frac{\ln(x^2+1)}{x}=\lim_{x\to0^-}\frac{x^2}{x}=0,\ \lim_{x\to0^+}\sin x=0,\ f(0)=0.$ Vì $\lim_{x\to0^+}f(x)=\lim_{x\to0^-}f(x)=f(0)$ nên hàm số liên tục tại 0 .	**0.75**
	$f'_-(0)=\lim_{x\to0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to0^-}\frac{\ln(x^2+1)}{x^2}=1=\lim_{x\to0^+}\frac{\sin x}{x}=f'_+(0)$ Vậy đạo hàm tại 0 tồn tại và $f'(0)=1$.	**0.5**
II - 2	$f'(x)=e^{-2x^2}(1-4x^2)=0\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{2}\in[-1,1]$	**0.25**
	$f\left(\frac{-1}{2}\right)=\frac{-1}{2\sqrt{e}},\ f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2\sqrt{e}},\ f(-1)=\frac{-1}{e^2},\ f(1)=\frac{1}{e^2}$	**0.25**
	Hàm f đạt cực đại tuyệt đối tại $\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2\sqrt{e}}\right)$, đạt cực tiểu tại $\left(\frac{-1}{2},\frac{-1}{2\sqrt{e}}\right)$.	**0.25**
III-1	$0\le\left\lvert\frac{1+\sin x}{\sqrt{x(x+1)^3}}\right\rvert\le\frac{2}{x^2},\ \forall x\ge1.$	**0.5**
	Vì $\int_1^{+\infty}\frac{2}{x^2}dx$ hội tụ nên $\int_1^{+\infty}\left\lvert\frac{1+\sin x}{\sqrt{x(x+1)^3}}\right\rvert dx$ hội tụ.	**0.25**

	Vậy $\int_1^{+\infty} \frac{1+\sin x}{\sqrt{x(x+1)^3}}dx$ hội tụ tuyệt đối theo tiêu chuẩn so sánh 1.	**0.25**
III–2	Gọi $x(t),\varphi(t)$ lần lượt là khoảng cách từ người đến vị trí B và góc xoay của đèn đến người tại thời điểm t. Ta có: $x(t)=5\tan\varphi(t)$ $\frac{dx}{dt}=5(1+\tan^2\varphi)\frac{d\varphi}{dt}\Rightarrow\frac{d\varphi}{dt}=\frac{1}{5(1+\tan^2\varphi)}\frac{dx}{dt}$, Nếu người cách điểm B $6m$ thì: $x(t)=6,\tan\varphi=\frac{6}{5}$ và $\frac{d\varphi}{dt}=\frac{1.5}{5\left(1+\frac{36}{25}\right)}=\frac{15}{122}$ (rad/s)	**0.25** **0.5** **0.25**
IV-1	$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{5^n(n!)^2}{n^2}=\sum_{n=1}^{+\infty}a_n$ $\lim_{n\to+\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{5^{n+1}\left[(n+1)!\right]^2}{(n+1)^2}\frac{n^2}{5^n(n!)^2}=\lim_{n\to+\infty}5n^2=+\infty$ Chuỗi phân kỳ.	**0.75** **0.25**
IV-2	$\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{n+1}{2n+1}\right)^n(x-3)^n=\sum_{n=0}^{+\infty}a_nX^n$ $\lim_{n\to+\infty}\sqrt[n]{\lvert a_n\rvert}=\lim_{n\to+\infty}\frac{n+1}{2n+1}=\frac{1}{2}\Rightarrow R=2\Rightarrow X\in(-2,2)$ $X=-2$: chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty}(-1)^n\left(\frac{2n+2}{2n+1}\right)^n$ phân kỳ ($\lim_{n\to\infty}\left\lvert(-1)^n\left(\frac{2n+2}{2n+1}\right)^n\right\rvert=e^{1/2}\neq0$) $X=2$: chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{2n+2}{2n+1}\right)^n$ phân kỳ. Vậy miền hội tụ của chuỗi lũy thừa là $X\in(-2,2)$ hay $x\in(1,5)$.	**0.75** **0.25** **0.25** **0.25**
IV-3	$f(x)=e^x$ trên miền $(-2,2), L=2$. • $a_0=\frac{1}{2}\int_{-2}^{2}e^xdx=\frac{e^2-e^{-2}}{2}$ • $a_n=\frac{1}{2}\int_{-2}^{2}e^x\cos\frac{n\pi x}{2}dx=\frac{(-1)^n2(e^2-e^{-2})}{4+(n\pi)^2}$ • $b_n=\frac{1}{2}\int_{-2}^{2}e^x\sin\frac{n\pi x}{2}dx=\frac{(-1)^{n+1}\pi n(e^2-e^{-2})}{4+(n\pi)^2}$ Khai triển Fourier của hàm $f(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{+\infty}\left[a_n\cos\frac{n\pi x}{2}+b_n\sin\frac{n\pi x}{2}\right]$	**0.25** **0.25** **0.25** **0.25**
	Hết	